第 40 卷 第 3 期
2023 年 6 月
应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics
Vol. 40 No. 3
Jun. 2023


文章编号:1000-4939(2023)03-0630-06

# 基于边界效应理论的沥青混合料强度参数研究

周鹏,曾国伟,刘磊,白凡

(武汉科技大学理学院,430065 武汉)

**摘 要:**为了研究沥青混合料的强度参数和断裂性能,在边界效应理论基础上,预制切口偏中距离的影响,引入等效峰值载荷换算公式,得到了一种改进边界效应模型。在 5℃的条件下开展了不同偏中距离的三点弯曲试件 AC-13 级配沥青混合料断裂试验,采用扩展有限元法对同样尺寸的三点弯曲试件进行了模拟,通过载荷位移曲线验证了数值模型的可靠性。将试验与数值模拟获得的峰值载荷代入到改进模型推导了沥青混合料的抗拉强度和断裂韧度,最后利用模型结果反演拟合得到偏中距离对峰值载荷的影响曲线。结果表明,本研究模型推导和反演结果均与试验结果接近,证明改进边界效应模型不仅克服了原有模型无法应用在复合型断裂试件的局限性,还为沥青混合料的弹脆性断裂性能确定提供了一种预测方法。

**关键词:**沥青混合料;改进边界效应模型;三点弯曲试验;抗拉强度;断裂韧度

**中图分类号:**U414 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.015



# Research on strength parameters of asphalt mixture based on boundary effect theory

ZHOU Peng, ZENG Guowei, LIU Lei, BAI Fan

(College of Science, Wuhan University of Science and Technology, 430065 Wuhan, China)

**Abstract:** To analyze the strength parameters and fracture characteristics of the asphalt mixture, after the offset distance was considered and an equivalent peak load was introduced, a modified boundary effect model was established based on the boundary effect (BE) theory. The different pre-crack three-point bending tests were carried out at 5 ℃, and the corresponding XFEM modeling was performed and validated by the load displacement curve from the tests. The tensile strength and fracture toughness were determined by the load peak obtained from test and numerical simulation. Finally the variation curve between the offset distance and load peak was inversed and fitted by the modified model solution. The results show there is little difference between the model solution and test data. It is proved that a modified boundary effect model not only overcomes the limitation of mixed fracture specimens application of the original BE model, but also provides a prediction method for determining the elastic and brittle fracture performance of asphalt mixtures.

**收稿日期:**2022-04-14 **修回日期:**2023-03-19
**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 11602178);湖北省自然科学基金资助项目(No. 2020CFB128)
**通信作者:**曾国伟。E-mail:zengguow@126.com
**引用格式:**周鹏,曾国伟,刘磊,等. 基于边界效应理论的沥青混合料强度参数研究[J]. 应用力学学报,2023,40(3):630-635.
ZHOU Peng, ZENG Guowei, LIU Lei, et al. Research on strength parameters of asphalt mixture based on boundary effect theory[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(3):630-635.

**Key words**: asphalt mixture; modified boundary effect model; three-point bending test; tensile strength; fracture toughness

沥青路面因其良好的性能被广泛的应用在公路施工中,但是沥青路面的结构非常容易出现破坏、断裂的现象,每年都会花大量的养护费在路面维修上,而且严重影响公路的通车效率和行车的舒适度,沥青路面的开裂以及相关的抗裂性能成为研究领域的热点问题。

沥青混合料的组分可分为沥青、粗细骨料、孔隙。骨料是影响沥青混合料力学性质的重要因素[1],而孔隙的存在易引起骨料的滑移和预制切口的产生[2]。沥青混合料为准脆性或弹塑性材料,抗拉强度 $f_t$ 和断裂韧度 $K_{IC}$ 是裂缝萌生和扩展的关键材料性能,是沥青混合料的重要材料强度参数[3-4]。然而,由于材料的不均匀性、随机性以及各向异性,使用单轴拉伸加载的方法容易使试件在夹持的部位发生破坏,因此采用这种方式来实现沥青混合料 I 型预制切口扩展的实验难度比较大。单边预制切口三点弯曲梁试件被广泛采用,其优点是试件尺寸容易调整,以保证预制切口尖端前沿拥有足够的包含断裂过程区的韧带区域[5]。

基于连续介质力学理论,学者们建立了诸多准脆性材料断裂力学模型,例如:有效裂缝模型[6]、虚拟裂缝模型[7]、双参数模型[8]、分型模型[9]、双 K 模型[10]、尺寸效应模型[11]等。这些力学模型经过相关实验已经验证了其有效性,但是这些模型中都没有考虑到骨料粒径大小这一重要参数,不能反映材料断裂的本质。边界效应模型[12]克服了以上缺点,已成功应用于岩石、混凝土等材料的断裂研究,但在沥青混合料的应用研究较少。

为了能够预测沥青混合料的断裂强度参数,优化材料的配合比,本研究结合不同偏中距离的预制切口三点弯曲梁断裂实验与数值模拟,改进现有边界效应模型[12],采用扩展有限元(extended finite element method,XFEM)技术模拟开裂全过程,利用改进模型获得 AC-13 沥青混合料 5 ℃的抗拉强度和断裂韧度,最后反演预测三点弯曲梁的峰值载荷,通过模拟值、理论值和其他研究工作[5,13-17]的对比,验证改进边界效应模型的合理性。

## 1　实验与数值模拟

### 1.1　实验过程

实验采用重交沥青 AH-70,骨料级配为连续的密级配 AC-13 沥青混凝土混合料,级配详见表 1,油石比为 5.3%。所有原材料均满足《公路沥青路面施工技术规范》(JTG F4-2004)与《公路工程集料实验规程》(JTG E40-2005)。

**表 1　AC-13 骨料级配范围及实际取值**

Tab. 1　AC-13 aggregate grading range and measured value

| AC-13 | 通过率/% | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 筛孔尺寸/mm | 16 | 13.2 | 9.5 | 4.75 | 2.36 | 1.18 | 0.6 | 0.3 | 0.15 | 0.075 |
| 范围值/mm | 100 | 90～100 | 68～85 | 38～68 | 24～50 | 15～38 | 10～28 | 7～20 | 5～15 | 4～8 |
| 实际值/mm | 100 | 98.1 | 80.5 | 52.2 | 34.1 | 27.5 | 20.6 | 14.1 | 9.9 | 7.7 |

三点弯曲试件采用尺寸为 250 mm × 50 mm × 50 mm的单边预制切口小梁,使用岩石切割机在距离梁的中心线偏中 0 mm、偏中 20 mm 和偏中 40 mm 切割,使其产生 $a_0$ =10 mm 的预制切口。同样原材料制作马歇尔标准圆柱体试件,开展相应实验,测得沥青混合料的弹性模量为 1 506 MPa,抗压强度为 16.24 MPa。

三点弯曲实验加载示意图如图 1,实验之前先将试件放在 5 ℃的恒温箱中冷却 4 h 左右,并且将电子材料实验机(Instron 5100)以及三点弯曲夹具(图 2)冷却到同样的温度,进行实验时将三点弯曲实验试件放置在万能实验机上,调节水平,并调整支点间距为 200 mm,采取位移加载方式,速率为 2 mm/min。在加载之前利用 10 N 的预压,消除压头与梁试件的空隙,防止试件在加载过程中产生滑移。

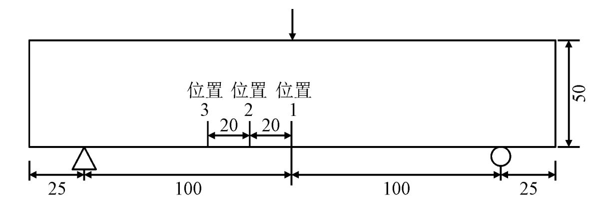



图 1　不同预制切口位置的试件尺寸图(单位:mm)

Fig. 1　Diagram of three-point bending specimen with pre notch (unit:mm)

本研究实验中,每组 3 个梁试件,实验结果具有离散性,呈现一定的随机分布,原因在于每个试件的骨料分布、孔隙分布均不相同。图 3 中显示的是峰值载荷居中的典型曲线,从图中可以看出预制裂缝偏离中心越远,峰值载荷越大。中心预制切口的峰值载荷为 2 062 N,偏中 20 mm 为 2 280 N,偏中 40 mm为 3 250 N。



图 2 三点弯曲梁实验设备

Fig. 2 Three-point bending beam experimental equipment

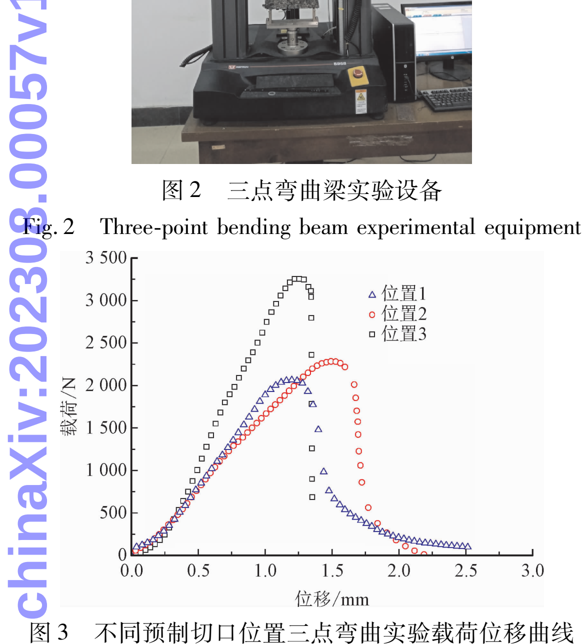



图 3 不同预制切口位置三点弯曲实验载荷位移曲线

Fig. 3 Three-point bending test load-displacement curve for different pre-crack positions

## 1.2 数值模拟

采用 ABAQUS 软件中的扩展有限元(XFEM)模拟初始预制切口条件下沥青混合料三点弯曲载荷下裂纹的扩展问题,模型尺寸与实验试件尺寸一致,材料参数如表 2 所示。根据圣维南原理,距离切口较远的骨料形态对预制切口处附近骨料的应力变化、裂纹扩展等没有太大影响,为了提高计算效率,在预制切口处附近划分网格时对网格加密。在建模的过程中一共建立 4 378 个 4 节点线性减缩积分 CPS4R 单元,网格属性为 XFEM 指定的四边形单元,如图 4 所示。边界条件为在梁的下端设置两个简支约束,左端约束 $x$ 和 $y$ 方向位移,右端约束 $y$ 方向位移,在梁跨中加载点施加 $y$ 方向相反的位移 5 mm,模拟位移加载方式。

载荷作用历程为 1 s,最小增量步设置为 0.01 s,最大设置为 0.05 s,利用最大主应力准则判断损伤是否发生,采用基于能量的双线性损伤演化模型模拟断裂过程中微预制切口的萌生和演化。

表 2 沥青混合料材料参数

Tab. 2 Material parameters of asphalt mixture

| 弹性模量/MPa | 泊松比 | 最大主应力/MPa | 断裂能/(N·m$^{-1}$) | 黏滞稳定系数 |
|---|---|---|---|---|
| 1 506 | 0.28 | 1.765 | 980 | 0.000 1 |

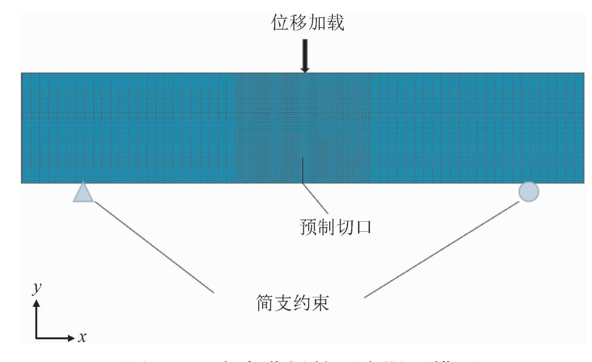



图 4 三点弯曲梁扩展有限元模型

Fig. 4 Extended FE model of three-point bending beam

## 2 边界效应理论与模型

边界效应模型的解析表达式为[12]

$$\sigma_n = \frac{f_t}{\sqrt{1 + \dfrac{a_e}{a_\infty^*}}} \tag{1}$$

式中:$\sigma_n$ 为考虑预制切口影响的名义应力;$f_t$ 为材料的拉伸强度;$a_e$ 为试件的等效裂缝长度;$a_\infty^*$ 为材料的特征裂缝长度。

对于三点弯曲梁,峰值载荷 $P_{max}$ 作用下,考虑骨料尺寸和预制切口影响的应力分布,如图 5 所示。图中,$a_0$ 为预制切口长度,$S$ 为试件跨距,$W$ 为试件高度,$B$ 为试件厚度。

$$\sigma_n = \frac{1.5\dfrac{S}{B}P_{max}}{(W - a_0)(W - a_0 + 2\Delta a_{fic})} \tag{2}$$

式中:$\Delta a_{fic}$ 为预制切口尖端虚拟裂缝扩展量,对于混凝土类材料[18],$\Delta a_{fic} = 1.5 g_{av}$,$g_{av}$ 为沥青混合料的骨料平均粒径,本研究级配下 $g_{av} = 4.75$ mm。

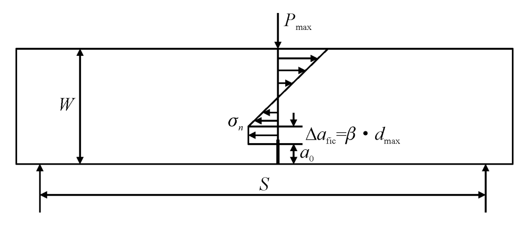



图 5　三点弯曲试件峰值载荷对应裂缝扩展量

Fig. 5　The peak load of the three-point bending specimen corresponds to the crack propagation

$a_\infty^*$ 为断裂韧度准则和强度准则的交点,其表达式为

$$a_\infty^* = \frac{1}{\pi 1.12^2} \cdot \left(\frac{K_{IC}}{f_t}\right)^2 \quad (3)$$

参照文献[19], $a_\infty^* = 3g_{av}$,结合式(1)~(2)可以得到拉伸强度公式,即

$$f_t = \frac{1.5\left(\frac{S}{B}\right)P_{max}\sqrt{1+\frac{a_e}{3g_{av}}}}{W^2(W-a_0)(W-a_0+3g_{av})} \quad (4)$$

由式(1)~(3)得到断裂韧度 $K_{IC}$ 的表达式为

$$K_{IC} = \sqrt{\pi}1.12\sigma_n\sqrt{a_\infty^*}\sqrt{1+\frac{a_e}{a_\infty^*}} = \sqrt{\pi}1.12\frac{1.5\frac{S}{B}P_{max}\sqrt{a_e+3g_{av}}}{(W-a_0)(W-a_0+2\Delta a_{fic})} \quad (5)$$

$a_e$ 的表达式为

$$a_e = [(1-\alpha)^2 Y(\alpha)]^2 a_0 \quad (6)$$

式中: $\alpha$ 为预制切口与高度的比值, $\alpha = a_0/W$; $Y(\alpha)$ 为结构几何参数,可以从应力强度因子手册[19]中查询到,当 $S/W=4$ 时

$$Y(\alpha) = \frac{1.99-\alpha(1-\alpha)(2.15-3.93\alpha+2.7\alpha^2)}{1.12\sqrt{\pi}(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2}} \quad (7)$$

因此,得到 $a_e$ 为

$$a_e = \left[\frac{(1-\alpha)^2(1.99-\alpha(1-\alpha)(2.15-3.93\alpha+2.7\alpha^2))}{1.12\sqrt{\pi}(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2}}\right]^2 a_0 \quad (8)$$

上述边界效应模型适用于中间预制切口三点弯曲梁试件。然而,为了研究沥青混合料Ⅰ~Ⅱ复合型模式下的断裂问题,本研究将偏中预制切口的实验峰值载荷 $P_{max}$ 进行折算,等效为该梁试件中间预制切口时的峰值载荷,称为等效峰值载荷 $P_{max}^{eqv}$。对本章节实验获得的峰值载荷进行拟合后可得到

$$P_{max}^{eqv} = P_{max} + n_1\left(\frac{d}{S}\right)^{n_2} \quad (9)$$

式中: $d$ 为预制切口偏中距离;参数 $n_1$ 为 −60 896.35 N; $n_2$ 为 2.446。

将式(6)代入式(4)与式(5)中即可得到改进边界效应模型,即

$$f_t = \frac{1.5\left(\frac{S}{B}\right)\left(P_{max}+n_1\left(\frac{d}{S}\right)^{n_2}\right)\sqrt{1+\frac{a_e}{3g_{av}}}}{W^2(W-a_0)(W-a_0+3g_{av})} \quad (10)$$

$$K_{IC} = \sqrt{\pi}1.12\frac{1.5\frac{S}{B}\left(P_{max}+n_1\left(\frac{d}{S}\right)^{n_2}\right)\sqrt{a_e+3g_{av}}}{(W-a_0)(W-a_0+2\Delta a_{fic})} \quad (11)$$

可以看出,骨料平均粒径与预制切口位置均包含在模型中。当知道材料的拉伸强度和断裂韧度之后,材料的破坏便可以预测。

# 3　结果分析

## 3.1　载荷位移曲线

对 3 种不同偏中距离的试件进行扩展有限元计算分析,并与沥青混合料单轴拉伸实验结果等进行对比分析,如图 6 所示。可以看出,随着预制切口离边界中心越来越远,模拟得到的峰值载荷也越来越大,分别为 2 160 N、2 360 N 和 3 050 N。数值模拟得到的载荷-位移曲线与实验结果在峰值阶段吻合良好,验证了本研究数值模型的合理性。

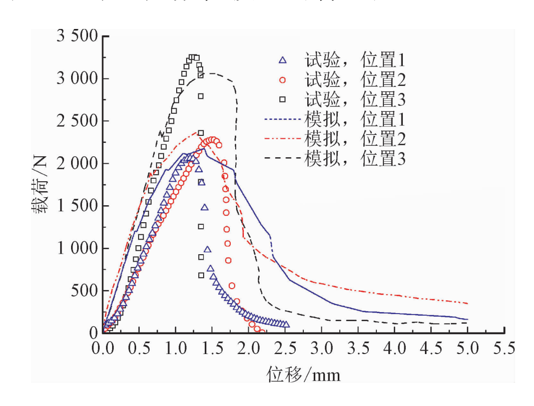



图 6　不同预制切口实验和数值模拟载荷-位移曲线

Fig. 6　Different pre-crack experimental and numerical simulation load displacement curves

### 3.2　拉伸强度与断裂韧度

将实验数据代入式(10)和式(11),由改进边界效应模型确定本研究级配沥青混合料的拉伸强度为 6.307 MPa,断裂韧度为 1.494 MPa $\sqrt{m}$。

为了验证上述强度参数的准确性和合理性,分别将本研究实验、数值模拟与文献[5]中实验的峰值载荷代入本研究模型计算,对应的计算结果见表3。结果表明:拉伸强度方面,基于数值模拟结果的平均值为 6.285 MPa,相对本研究结果误差为 0.35%,基于文献[5]的平均值则是 6.078 MPa,相对误差为 3.63%;断裂韧度方面,基于数值模拟结果的平均值为 1.349 MPa $\sqrt{m}$,基于文献[5]的平均值则是 1.357 MPa $\sqrt{m}$,相对误差与拉伸强度方面一致。可以证明,本研究改进模型精度较好。

众所周知,沥青混合料的材料性能参数受温度、原材料、配合比、养护条件、实验条件的影响,误差来源复杂。本研究进行了一定的简化处理,设定温度影响为主要因素,采用不同学者的 AC-13 级配的沥青混合料实验结果来佐证模型的适用性。例如作者前期进行了沥青混合料单轴拉伸实验[13],得到拉伸强度为 6.920 MPa。文献[14]通过实验发现环氧沥青混凝土的断裂韧度为 1.425 MPa $\sqrt{m}$。文献[17]也开展了沥青混合料三点弯曲实验,并通过边界效应模型得到拉伸强度为 7.23 MPa,断裂韧度为 1.81 MPa $\sqrt{m}$,不过文献[17]的实验温度相对本研究低,为 −10 ℃,文献[14]指出断裂韧度随着试验温度的增加而减小。可以看出,本研究实验获得的模型理论值与实验值差别较小,证明了本研究模型适用于获取低温条件下的 AC-13 级配的沥青混合料强度参数,而能否适用于其他级配、原材料、养护条件的沥青混合料,还有待进一步研究。

当沥青混合料三点弯曲试件的强度参数和几何参数已知时,还可借助式(8)反演获得该试件的峰值荷载模型预测值。图 7 给出了不同预制切口位置的沥青混合料峰值载荷预测值与实验实测值的对比,作为验证,将文献[5]、文献[15]的实验结果一并列出。可以看出,本研究模型预测值与实测值基本吻合。证明本研究模型还可用于预测不同偏中距离初始预制切口梁试件的峰值载荷。此外预制切口距离中心越远,峰值载荷预测值越大,这与文献[5,15-16]的结论也是一致的。

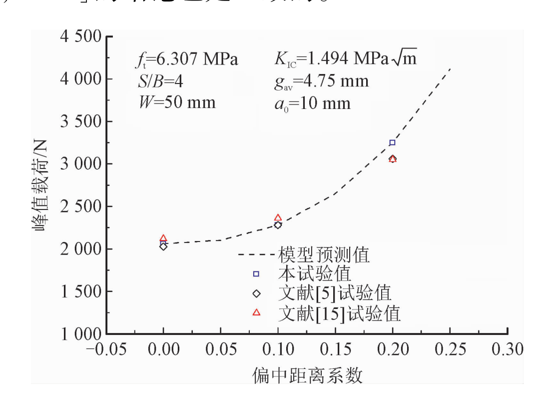



图 7　不同偏中距离系数下峰值载荷拟合曲线

Fig. 7　Load peak fitting curve with different offset distance parameters

表 3　改进边界效应模型结果的比较

Tab. 3　Comparison of the results of the improved boundary effect model

| 强度参数 | $P_{max}^{eqv}$ 类型 | 偏中距离/mm | | | 平均值 | 相对误差/% |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 20 | 40 | | |
| 拉伸强度/MPa | 本实验 | 6.307 | 6.307 | 6.307 | – | – |
| | 数值模拟 | 6.607 | 6.552 | 5.696 | 6.285 | 0.35 |
| | 文献[5] | 6.200 | 6.307 | 5.726 | 6.078 | 3.63 |
| 断裂韧度/(MPa $\sqrt{m}$) | 本实验 | 1.494 | 1.494 | 1.494 | – | – |
| | 数值模拟 | 1.565 | 1.552 | 1.349 | 1.489 | 0.35 |
| | 文献[5] | 1.468 | 1.494 | 1.357 | 1.440 | 3.63 |

## 4　结　论

本研究基于边界效应模型理论,建立了一种考虑偏中裂缝和平均骨料粒径影响的改进边界效应模型,通过 AC-13 级配沥青混合料三点弯曲实验以及扩展有限元模拟进行了强度参数预测与峰值载荷反演,通过实验和数值模拟及其他学者试验成果的对比,验证了模型的可靠性。结论如下。

1)本研究改进了现有边界效应模型,使其可以

预测不同偏中距离预制裂缝试件的断裂性能，通过引入等效峰值载荷的概念，模型偏中系数 $d/S$ 可实现对不同预制切口位置试件的统一描述，且考虑沥青混合料中骨料尺寸对强度参数的影响。模型公式简单，便于推广应用，仅需三点弯曲实验峰值载荷即可确定材料的强度参数——拉伸强度和断裂韧度。

2）利用本研究实验与模型，确定了 5 ℃下沥青混合料的拉伸强度为 6.307 MPa，与直接拉伸实验结果[13]相比，相对误差为 9.72%；断裂韧度为 $1.494\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$，与环氧沥青混凝土三点弯曲实验结果[14]相比，相对误差为 4.62%，同时与数值模拟结果也差别较小，证实了模型在 AC-13 级配时的可靠性。

3）偏中距离系数增加，沥青混合料试件的抵抗断裂能力增强。当通过模型确定沥青混合料的强度参数后，已知试件几何参数时，还可借助模型反演推导该试件的峰值荷载，从而定量预测沥青混合料的低温开裂破坏行为。



**参考文献：**


[1] ISHAI I, CRAUS J. Effects of some aggregate and filler characteristics on behavior and durability of asphalt paving mixtures[J]. Transportation research record, 1996, 1530(1): 75-85.

[2] YOU Z P, ADHIKARI S, DAI Q L. Air void effect on an idealised asphalt mixture using two-dimensional and three-dimensional discrete element modelling approach[J]. International journal of pavement engineering, 2010, 11(5): 381-391.

[3] SUN L, REN J L, ZHANG S Y. Fracture characteristics of asphalt concrete in mixed-loading mode at low-temperature based on discrete-element method[J]. Journal of materials in civil engineering, 2018, 30(12): 04018321.

[4] ALIHA M R M, SHAKER S, KEYMANESH M R. Low temperature fracture toughness study for bitumen under mixed mode Ⅰ+Ⅱ loading condition[J]. Engineering fracture mechanics, 2019, 206: 297-309.

[5] 尹安毅. 沥青混合料开裂破坏行为的细观尺度模拟[D]. 武汉：华中科技大学, 2013.

[6] KARIHALOO B L, NALLATHAMBI P. Effective crack model for the determination of fracture toughness ($K_{Ic}^{e}$) of concrete[J]. Engineering fracture mechanics, 1990, 35(4/5): 637-645.

[7] HILLERBORG A, MODÉER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. Cement and concrete research, 1976, 6(6): 773-781.

[8] JENQ Y, SHAH S P. Two parameter fracture model for concrete[J]. Journal of engineering mechanics, 1985, 111(10): 1227-1241.

[9] CARPINTERI A. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties[J]. Mechanics of materials, 1994, 18(2): 89-101.

[10] 唐宇翔, 陈红鸟, 王青原, 等. 基于扩展有限元法的混凝土断裂参数研究[J]. 应用力学学报, 2019, 36(6): 1307-1313.
TANG Yuxiang, CHEN Hongniao, WANG Qingyuan, et al. Research on concrete fracture parameters based on extended finite element method[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2019, 36(6): 1307-1313(in Chinese).

[11] HOOVER C G, BAŽANT Z P. Comparison of the hu-duan boundary effect model with the size-shape effect law for quasi-brittle fracture based on new comprehensive fracture tests[J]. Journal of engineering mechanics, 2014, 140(3): 480-486.

[12] HU X Z. An asymptotic approach to size effect on fracture toughness and fracture energy of composites[J]. Engineering fracture mechanics, 2002, 69(5): 555-564.

[13] 曾国伟, 杨新华, 张川川. 沥青混合料直接拉伸试验与断裂细观模拟研究[J]. 公路, 2017, 62(11): 199-205.
ZENG Guowei, YANG Xinhua, ZHANG Chuanchuan. Experiment and fracture simulation of asphalt mixture under direct tension[J]. Highway, 2017, 62(11): 199-205(in Chinese).

[14] 钱振东, 李智, 陈春红. 钢桥面环氧沥青混凝土铺装层Ⅰ型裂缝的断裂判据[J]. 中国公路学报, 2008, 21(5): 33-38.
QIAN Zhendong, LI Zhi, CHEN Chunhong. Fracture criterion for mode Ⅰ crack of epoxy asphalt concrete paving course of steel deck bridge pavement[J]. China journal of highway and transport, 2008, 21(5): 33-38(in Chinese).

[15] 程一磊, 杨新华, 张川川. 沥青混合料三点弯曲断裂的扩展有限元模拟[J]. 固体力学学报, 2017, 38(3): 281-286.
CHENG Yilei, YANG Xinhua, ZHANG Chuanchuan. Numerical simulation for three-point bending fractures of asphalt mixture based on extended finite element method[J]. Chinese journal of solid mechanics, 2017, 38(3): 281-286(in Chinese).

[16] 李萍, 马科, 念腾飞, 等. 基于权函数法的沥青混合料预切口小梁的断裂理论与裂纹扩展试验的研究[J]. 公路交通科技, 2016, 33(5): 21-27.
LI Ping, MA Ke, NIAN Tengfei, et al. Study on fracture theory and crack propagation test of asphalt mixture pre-notched beam based on weight function method[J]. Journal of highway and transportation research and development, 2016, 33(5): 21-27(in Chinese).

[17] WANG B H, XU O M, MA B, et al. Low temperature tensile strength and fracture toughness of asphalt concrete determined from small notched 3-P-B samples [C]//10th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures. [S. l.]: [s. n.], 2019: 1-8.

[18] 管俊峰, 王强, 胡晓智, 等. 考虑骨料尺寸的混凝土岩石边界效应断裂模型[J]. 工程力学, 2017, 34(12): 22-30.
GUAN Junfeng, WANG Qiang, HU Xiaozhi, et al. Boundary effect fracture model for concrete and granite considering aggregate size [J]. Engineering mechanics, 2017, 34(12): 22-30(in Chinese).

[19] TADA H, PARIS P C, IRWIN G R. The stress analysis of cracks handbook[M]. 3rd ed. New York: ASME Press, 2000.


（编辑　张璐）